

# 重复神经网络: 周期时变逆矩阵求解及机械臂运动控制

罗鹏飞, 孙明轩, 孔颖

浙江工业大学信息工程学院, 杭州310023

E-mail: mxsun@zjut.edu.cn

**摘要:** 基于递归神经计算方法, 提出一种解决周期时变问题的重复神经网络, 利用类Barbalat引理证明其一致收敛性能. 与一般的无限区间神经计算相比较, 这类网络主要是针对周期时变矩阵的计算问题. 文中给出以重复神经网络计算周期时变矩阵的逆矩阵的有效方法. 将重复神经网络应用于冗余机械臂轨迹规划, 首先将其归结为二次规划, 继而利用最优性条件将该二次规划问题转化为周期矩阵求逆的轨迹规划方案. 仿真结果表明, 重复神经计算可有效应用于初始位置偏移时的冗余机械臂轨迹规划.

**关键词:** 重复神经网络, 类Barbalat引理, 周期时变矩阵, 冗余机械臂, 重复轨迹规划, 初始偏移

## Repetitive Neural Networks for Periodic Time-Varying Matrix Inversion with Application to Manipulator Kinematic Control

Pengfei Luo, Mingxuan Sun, Ying Kong

College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310023

E-mail: mxsun@zjut.edu.cn

**Abstract:** In this paper, a typical recurrent neural computing approach is proposed for solving periodic time-varying problems. The uniform convergence of repetitive neural networks is established by using the Barbalat-Like lemma. One of typical use of such networks is for solving periodic time-varying matrix inversion, and the computing scheme is shown to be efficient by the presented numerical results. Repetitive neural networks are applicable for the repetitive trajectory planning scheme of redundant manipulators. The repetitive path planning is reformulated as a quadratic programming problem, and is finally solved through the periodic time-varying matrix inversion. The effectiveness of the proposed neural computing scheme is demonstrated for redundant manipulators in the presence of initial shifts.

**Key Words:** Repetitive neural networks, Barbalat-like lemma, periodic time-varying matrices, redundant manipulators, repetitive path planning, initial shifts

### 1 引言

递归神经网络(Recurrent Neural Networks)是一类反馈神经网络, 包含输入信号、输出信号和中间神经元细胞层. 信号经由神经元细胞输出后反馈. 递归神经网络的结构, 决定了其具有实时并行运算和分布存储的特点. 递归神经网络也是动态系统. 因此, Lyapunov第二方法可用于分析递归神经网络的稳定性<sup>[1,2,3]</sup>.

矩阵求逆计算常见于各种应用场合, 例如: 机器人研究、自动控制、信号处理、模式识别等. 当矩阵规模较小时, 可应用常规矩阵求逆方法. 当待求解矩阵规模较大时, 需借助于并行计算. 特别地, 递归神经网络适于大规模矩阵逆求解<sup>[4]</sup>. 实时在线求解矩阵逆, 可以及时有效地解决实际问题. 在应用中, 经常会遇

到具有重复性质的操作任务, 例如往返搬运、流水线装配、电焊喷涂等, 这些重复任务要求机械臂重复轨迹规划.

在文献[5]中, 关于冗余机械臂轨迹规划问题, 提出了一种基于速度性能指标的机械臂控制方案. 在冗余机械臂重复作业过程中, 会出现非重复性问题. 文献[6]中, 关于冗余机械臂的重复轨迹规划问题, 提出一种基于伪逆计算的规划方案. 这种传统意义上的伪逆方法具有简单直观, 而且计算量小, 可以用于实时计算. 但同时, 针对不等式约束条件, 伪逆方法只能得到局部最优解, 通常使用伪逆方法得到的关节运动也不具有可重复性<sup>[6,7]</sup>, 且存在奇异和方程不可行解问题. 除了伪逆方法求解机械臂轨迹规划, 还提出了冗余机械臂的角速度指标, 结合角速度最小范数指标和约束条件, 利用两种递归神经网络求解此类轨迹规划问题<sup>[8]</sup>. 此外, 以机械臂最小转矩为性能指标, 结合物理限制条件, 实现轨迹规划<sup>[9]</sup>. 另外, 将冗余机械臂轨

此项工作得到国家自然科学基金资助, 项目批准号: 61174034, 61573320.

迹规划转变为二次规划问题,通过递归神经网络求解二次规划问题<sup>[10,11]</sup>,此递归神经网络具有良好的收敛性能<sup>[12]</sup>.

为了求解周期时变矩阵逆,本文提出一种重复神经网络,并将其应用于冗余机械臂重复运动轨迹规划.它是现有基于递归神经网络的重复运动控制方法的推广.基于递归神经网络的冗余机械臂轨迹规划方案,一般用于解决初始状态位于期望位置上这种情况.而关于初始偏移时,冗余机械臂的重复轨迹规划问题研究更加具有实际意义.文中利用类Barbalat引理<sup>[13]</sup>分析重复神经网络的收敛性能;并基于重复神经网络,给出求解冗余机械臂重复轨迹规划的方案,以及针对五连杆平面机械臂求解轨迹规划任务.

## 2 重复神经网络

考虑动态神经网络

$$\dot{E}(t) = -\gamma s(E(t)) \quad (1)$$

其中,  $\gamma > 0$  为可调整参数,  $E(t) \in R^{n \times m}$  为误差函数矩阵,  $s(\cdot)$  为激励函数. 以下为两种典型激励函数  $s(\cdot)$

- (1) 线性激励函数:  $s(e_{ij}) = e_{ij}$
- (2) 双曲激励函数:  $s(e_{ij}) = \frac{1 - \exp(-\xi e_{ij})}{1 + \exp(-\xi e_{ij})}, \xi > 2$

**定理1** i) 当激励函数  $s(\cdot)$  为单调递增奇函数时, 动态方程(1)零解渐进稳定. ii) 当激励函数满足条件:  $|s(e_{ij})| \geq e_{ij}$  时, 动态方程(1)零解满足指数收敛.

**证明** 针对每一个神经元  $e_{ij}$ , 考虑Lyapunov函数  $v = \frac{1}{2}e_{ij}^2$ , 其微分表达如下

$$\begin{aligned} \dot{v} &= e_{ij}\dot{e}_{ij} \\ &= -\gamma e_{ij}s(e_{ij}) \end{aligned} \quad (2)$$

由于激励函数  $s(\cdot)$  满足条件  $e_{ij}s(e_{ij}) > 0, e_{ij} \neq 0$ , 动态方程(1)渐近稳定; 另外, 当激励函数也满足  $|s(e_{ij})| \geq e_{ij}$  时

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -\gamma e_{ij}s(e_{ij}) \\ &\leq -\gamma e_{ij}^2 \\ &= -2\gamma v \end{aligned} \quad (3)$$

那么

$$v(t) \leq e^{-2\gamma t}v(0) \quad (4)$$

因而, 动态网络(1)指数稳定.

对于周期时变问题

$$F(t) = 0 \quad (5)$$

其中,  $F(\cdot) \in R^{m \times n}$  是相关周期时变矩阵.  $F(t) = F(t+kT), k = 0, 1, 2, \dots, T$  为  $F(\cdot)$  的周期. 下文提出以  $T$  为周期的重复神经网络, 表述如下

$$\frac{dE_k(t)}{dt} = -\gamma s(E_k(t)) \quad (6)$$

其初始条件为

$$E_k(0) = E_{k-1}(T) \quad (7)$$

其中,  $T$  为周期,  $t \in [0, T], k = 0, 1, 2, \dots$  指周期数;  $E_k(t)$  为第  $k$  周期的误差函数;  $\gamma > 0, s(\cdot)$  为单调递增奇函数. 至此定理得证. ■

**定理2** 对于第  $ij$  个神经元, 假设  $|s(e_{ij})| \geq e_{ij}, \forall k, t \in [0, T]$ , 重复神经网络(6)的解一致有界, 且随着  $k \rightarrow \infty$ , 误差一致收敛于0, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_k(t) = 0, t \in [0, T] \quad (8)$$

**证明** 对于每一个神经元, 考虑Lyapunov 函数为  $v_k(t) = \frac{1}{2}e_{ij,k}^2(t)$ , 且

$$\begin{aligned} v_k(t) &= \int_0^t \dot{v}_k(\tau) d\tau + v_k(0) \\ &= -\int_0^t \gamma e_{ij,k}(\tau) s(e_{ij,k}(\tau)) d\tau \\ &\quad + \frac{1}{2}e_{ij,k}^2(0) \end{aligned} \quad (9)$$

$v_k(t)$  和  $v_{k-1}(t)$  的差表示为

$$\begin{aligned} v_k(t) - v_{k-1}(t) &= -\int_0^t \gamma e_{ij,k}(\tau) s(e_{ij,k}(\tau)) d\tau \\ &\quad + \frac{1}{2}e_{ij,k}^2(0) - \frac{1}{2}e_{ij,k-1}^2(t) \end{aligned} \quad (10)$$

当  $t = T$  时, 结合初始条件  $e_{ij,k}(0) = e_{ij,k-1}(T)$ , 等式(10)表达如下

$$v_k(T) - v_{k-1}(T) = -\int_0^T \gamma e_{ij,k}(\tau) s(e_{ij,k}(\tau)) d\tau \quad (11)$$

由  $\int_0^t e_{ij,k}(\tau) s(e_{ij,k}(\tau)) d\tau \geq 0$  可知

$$v_k(T) \leq v_{k-1}(T) \leq \dots \leq v_0(T) \quad (12)$$

参照等式(9), 当  $t = T, k = 0$  时

$$\begin{aligned} v_0(T) &= -\int_0^T \gamma e_{ij,0}(\tau) s(e_{ij,0}(\tau)) d\tau + \frac{1}{2}e_{ij,0}^2(0) \\ &\leq \frac{1}{2}e_{ij,0}^2(0) \end{aligned} \quad (13)$$

由  $e_{ij,0}(0)$  有界性可知,  $v_0(T)$  有界; 进而得出  $v_k(T), k = 0, 1, 2, \dots$  为非单调递增数列, 且有上界. 由  $v_k(T) = \frac{1}{2}e_{ij,k}^2(T)$  知,  $e_{ij,k}(T)$  有界. 另外,  $\forall k, t \in [0, T]$ , 由等式(9)可知

$$\begin{aligned} v_k(t) &\leq \frac{1}{2}e_{ij,k}^2(0) \\ &= v_k(0) \\ &= v_{k-1}(T) \end{aligned} \quad (14)$$

那么, 对于任意周期  $k, v_k(t)$  在  $[0, T]$  内一致有界,  $e_{ij,k}(t)$  依次一致有界. 由差分方程(11)可知

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^K \int_0^T e_{ij,k}(\tau) s(e_{ij,k}(\tau)) d\tau \\ &= (v_0(T) - v_K(T))/\gamma \end{aligned} \quad (15)$$

已知 $v_k(T)$ 有界,那么

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^T e_{ij,k}(\tau) s(e_{ij,k}(\tau)) d\tau = 0 \quad (16)$$

$\forall k, t \in [0, T]$ 时,  $e_{ij,k}(t)$ 一致有界,那么由动态网络(6)可知,  $\dot{e}_{ij,k}(t)$ 一致有界. 因此,误差本身一致收敛. 至此定理得证. ■

对于每一个神经元,  $e_{ij,0}(0)$ 值可以随机设置且有界. 根据定理2, 起始于 $e_{ij,0}(0)$ , 重复神经网络随着周期数的增加, 在 $t \in [0, T]$ 内, 一致收敛于0.

下面, 通过将重复神经网络模型应用于周期时变矩阵求逆算例和冗余机械臂周期运动规划, 以说明重复神经网络计算模型的有效性.

### 3 周期时变矩阵求逆

可将周期时变矩阵求逆问题表述如下

$$A(t)X(t) - I = 0 \in R^{n \times n} \quad (17)$$

其中,  $A(t) \in R^{n \times n}$  为连续时变周期非奇异系数矩阵, 假设其导数 $\dot{A}(t) \in R^{n \times n}$ 已知或者可测量,  $I \in R^{n \times n}$  为单位矩阵,  $X(t) \in R^{n \times n}$  为待求解周期时变矩阵. 该部分的主要内容在于求解任意时刻 $t \geq 0$ 时,  $X(t) \in R^{n \times n}$  的值. 利用重复神经网络(6)求解周期时变矩阵 $A(t)$  的逆矩阵 $X(t)$ , 设

$$E_k(t) = A_k(t)X_k(t) - I \quad (18)$$

误差动态方程

$$\frac{dE_k(t)}{dt} = -\gamma s(E_k(t)) \quad (19)$$

首尾对齐条件

$$E_k(0) = E_{k-1}(T) \quad (20)$$

继而得出如下重复神经网络模型

$$A_k \dot{X}_k = -\dot{A}_k X_k - \gamma \phi(A_k X_k - I) \quad (21)$$

下文中, 将列举周期时变矩阵求逆算例, 并仿真实现逆矩阵 $X_k(t)$  求解, 其中激励函数为线性激励函数.

根据重复神经网络模型(21), 考虑下述周期时变矩阵

$$A_k(t) = \begin{bmatrix} \sin(2\pi t) & \cos(2\pi t) \\ -\cos(2\pi t) & \sin(2\pi t) \end{bmatrix} \in R^{2 \times 2} \quad (22)$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in R^{2 \times 2} \quad (23)$$

由 $A_k(t)$  可知, 矩阵周期 $T = 1s$ , 上述示例中的激励函数 $\phi$ 采用了线性激励函数 $\phi(E_k) = E_k$ , 收敛系数 $\gamma = 1$ , 迭代次数 $K = 10$ . 记重复神经网络的性能指

标为 $\max_{t \in [0, T]} \|E_k(t)\|, k = 1, 2, \dots, K$ . 周期时变矩阵逆问题(17)解为

$$X_k^*(t) = \begin{bmatrix} \sin(2\pi t) & -\cos(2\pi t) \\ \cos(2\pi t) & \sin(2\pi t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

给定初值 $X_0(0) = [0 \ 0; 0 \ 0]$ , 图(1)是网络模型(21)解, 其中红线为理论解 $X_k^*(t)$ , 蓝线为实际解 $X_k(t)$ , 随着运行迭代次数 $k$ 的增加, 实际解渐近收敛于理论解. 图(2)为重复神经网络性能指标收敛过程, 渐近收敛于0.

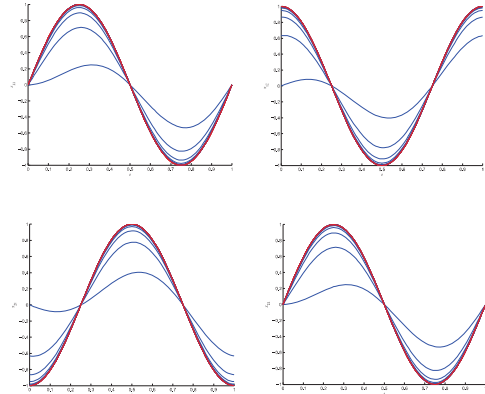


图 1:  $X_k(t)$ 收敛过程

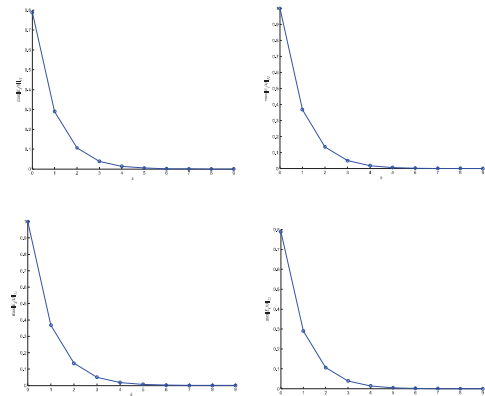


图 2: 性能指标

### 4 机械臂轨迹规划方案

机械臂运行空间为 $m$ 维, 运动关节数为 $n$ , 当 $n > m$ 时, 该机械臂为冗余机械臂. 由于冗余机械臂在运动过程中具有冗余自由度, 所以容易完成复杂任务, 比如: 躲避障碍物、关节极限躲避等. 本节主要针对末端执行器完成封闭轨迹作业, 且各个关节回拢到期望姿态这一任务进行讨论和仿真.

机械臂的运动学方程表示为

$$r(t) = f(\theta) \quad (25)$$

其中,  $r(t) \in R^{n \times 1}$  为机械臂末端位置坐标向量,  $n$  为机械臂的活动空间维数,  $\theta \in R^{m \times 1}$  机械臂各个关节角度向量,  $m$  为机械臂关节数.

由关节角度和末端轨迹关系式(25)可知, 满足等式的  $\theta$  存在多解. 根据现有机械臂求解方法, 对等式(25)求导

$$\dot{r}(t) = J(\theta)\dot{\theta} \quad (26)$$

此处,  $J(\theta) = \partial f(\theta)/\partial \theta$  是冗余机械臂雅克比矩阵. 对于给定机械臂, 其雅可比矩阵可通过其运动原理得到.

根据冗余机械臂轨迹规划要求: (1)各个关节角度运行结束后回拢到期望位姿 (2)末端在偏离期望轨迹的情况下, 实现轨迹跟踪. 提出如下轨迹规划方案( $k$  为末端运行至第  $k$  周期, 下文不再作说明)

$$\begin{cases} \min \|\dot{\theta}_k + \mu(\theta_k - \theta_d)\|_2^2 / 2 \\ \text{s.t. } J(\theta_k)\dot{\theta}_k = \dot{r} + kp(r - f(\theta_k)) \end{cases} \quad (27)$$

将上述(27)最小化问题转化为相应的二次规划问题

$$\begin{cases} \min x_k^T(t)P_k(t)x_k(t)/2 + q_k^T(t)x_k(t) \\ \text{s.t. } A_k(t)x_k(t) = b_k(t) \end{cases} \quad (28)$$

首先将(27)展开

$$\begin{cases} \min \frac{\dot{\theta}_k^T \dot{\theta}_k}{2} + \mu z_k^T \dot{\theta}_k + \mu^2 \frac{z_k^T z_k}{2} \\ \text{s.t. } J(\theta_k)\dot{\theta}_k = \dot{r} + kp(r - f(\theta_k)) \end{cases} \quad (29)$$

对应(28)(29)可知,  $z_k = \theta_k - \theta_d$ ,  $x_k(t) = \dot{\theta}_k$ ,  $P_k(t) = I_{m \times m}$ ,  $q_k(t) = \mu(\theta_k - \theta_d) \in R^{n \times 1}$ ,  $A_k(t) = J(\theta_k)$ ,  $b_k(t) = \dot{r} + kp(r - f(\theta_k))$ . 相对于待求解变量  $x_k(t) = \dot{\theta}_k$  来说,  $\mu^2(\theta_k - \theta_d)^T(\theta_k - \theta_d)/2$  是常量, 那么(29)的最小化问题等效为如下二次规划问题

$$\begin{cases} \min \dot{\theta}_k^T \dot{\theta}_k / 2 + \mu(\theta_k - \theta_d)^T \dot{\theta}_k \\ \text{s.t. } J(\theta_k)\dot{\theta}_k = \dot{r} + kp(r - f(\theta_k)) \end{cases} \quad (30)$$

然后引入拉格朗日算子  $\lambda(t) \in R^{n \times 1}$ , 建立拉格朗日等式

$$L(\dot{\theta}_k, \lambda) = \frac{\dot{\theta}_k^T \dot{\theta}_k}{2} + \mu c_k^T \dot{\theta}_k + \lambda z_k \quad (31)$$

其中  $c_k = \theta_k - \theta_d$ ,  $z_k = J(\theta_k)\dot{\theta}_k - \dot{r} - kp(r - f(\theta_k))$ . 将式(31)做偏微分

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_k} = \dot{\theta}_k + \mu(\theta_k - \theta_d) + J(\theta_k)^T \lambda(t) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_k} = J(\theta_k)\dot{\theta}_k - \dot{r} - kp(r - f(\theta_k)) = 0 \end{cases} \quad (32)$$

将方程组(32)写成矩阵形式

$$W_k(t)y_k(t) - u_k(t) = 0 \quad (33)$$

其中,

$$W_k(t) = \begin{bmatrix} I & J^T(\theta_k) \\ J(\theta_k) & 0_{m \times m} \end{bmatrix} \in R^{(n+m) \times (n+m)}$$

$$y_k(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_k \\ \lambda(t) \end{bmatrix} \in R^{n+m}$$

$$u_k(t) = \begin{bmatrix} -\mu(\theta_k - \theta_d) \\ \dot{r} + kp(r - f(\theta_k)) \end{bmatrix} \in R^{n+m}$$

式(33)可知, 其解为

$$y_k^*(t) = W_k^{-1} u_k \quad (34)$$

显然, 随着矩阵  $W_k(t)$  维数增加, 逆矩阵  $W_k^{-1}$  计算量增加. 所以利用重复神经网络来求解轨迹规划方案. 结合轨迹规划求解式(33)和重复神经网络(18)(19)(20), 仿真实现轨迹规划求解. 记重复神经网络的性能指标为  $\|E_k(t)\|$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $k = 1, 2, \dots$

下面针对的机械臂仿真对象为五连杆平面冗余机械臂. 轨迹规划任务: (1)末端跟踪周期圆形期望轨迹 (2)5个关节在每周期结束时, 回拢到期望位姿. 机械臂初始状态偏离期望轨迹和期望位姿. 根据机械臂运动原理, 可得出其雅克比矩阵  $J(\theta_k)$ . 末端期望轨迹位置极坐标表示为

$$\begin{cases} r_x = r \cos(2\pi \sin^2(\frac{\pi t}{2T})) + i_x \\ r_y = r \sin(2\pi \sin^2(\frac{\pi t}{2T})) + i_y \end{cases} \quad (35)$$

其中,  $r_x$ 、 $r_y$  为期望轨迹横、纵坐标;  $i_x$ 、 $i_y$  为末端期望圆形轨迹的圆心;  $r = 2$  为圆的半径; 激励函数选择线性函数  $\phi(e_{ij}) = e_{ij}$ ; 由轨迹规划方案和重复神经网络的结合可知, 仿真时需要设计三个参数值, 分别为  $\gamma = 0.1$ ,  $\mu = 10$ ,  $k_p = 1$ ; 期望回拢角度为  $\theta_d = [\pi/3, -\pi/3, \pi/3, -\pi/3, \pi/3]$ , 初始关节角度为  $\theta_0 = [\pi/3 + 0.02, -\pi/3 + 0.04, \pi/3 + 0.03, -\pi/3 + 0.2, \pi/3 + 0.1]$ , 即初始状态偏移期望状态.

图(3)为指标  $J_k = \|W_k y_k - u_k\|$ , 显然, 误差随时间渐近收敛于0; 在第9个周期, 即  $t \in [90s, 100s]$  时, 全时段内的所有点均收敛于零. 图(4)为机械臂末端轨迹图, 随着周期的推移, 末端由远及近, 慢慢向红色的期望轨迹逼近, 最终实现了轨迹跟踪; 图(5)为每个周期结束时, 五个角度的回拢误差, 可知最终角度误差均趋于0; 图(6)为五连杆平面冗余机械臂运动轨迹, 其中, 绿色折线为期望位姿, 黑色为实际位姿, 蓝色为关节点轨迹, 更加形象的说明了重复神经网络对于冗余机械臂轨迹规划求解的有效性.

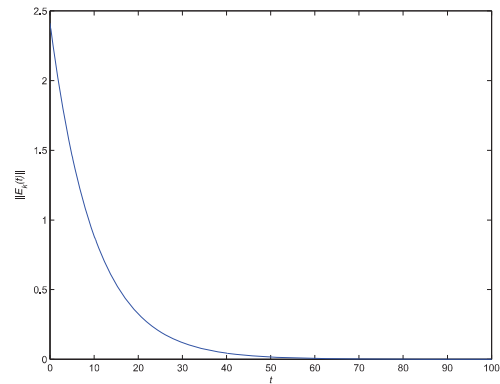


图3: 性能指标

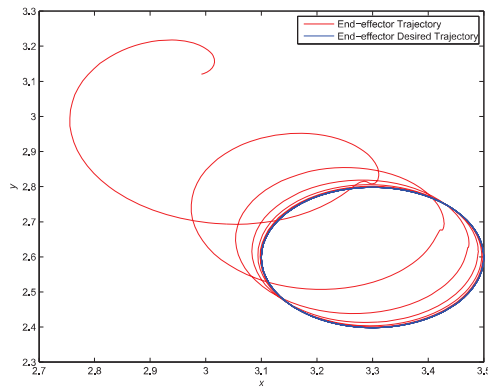


图 4: 机械臂末端轨迹

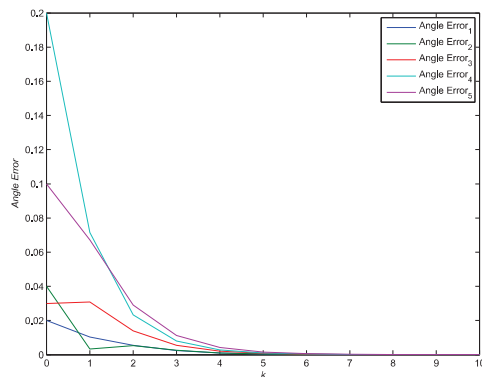


图 5: 关节角度误差

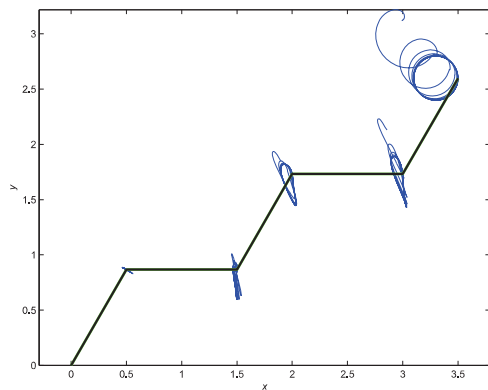


图 6: 机械臂运动轨迹

## 5 结论

本文提出重复神经网络及其模型,并结合类Barbalat引理证明了该网络的收敛性.将重复神经网络运用于周期时变矩阵逆求解和冗余机械臂重复轨迹规划求解.根据周期时变方程和轨迹规划误差方程的确定,结合重复神经网络,获得相应的重复神经网络模型.通过实验求解获得两类重复神经网络模型的解.实验求解结果表明,该网络能够实时求解

周期时变逆矩阵,并应用于冗余机械臂轨迹规划.

## 参考文献

- [1] Hopfield J J, Neural network and physical systems with collective computational abilities[J], Proceedings of the National Academy of Science, Vol.79, No.8, 2554-2558, 1982.
- [2] Simon Haykin, Neural Networks: A Comprehensive Foundation[M], Tsinghua University Press, 2001.
- [3] Martin T. Hagan, Howard B. Demuth, Mark H. Beale, Neural Network Design[M], China Machine Press, 2002.
- [4] Wang J, A recurrent neural network for real-time matrix inversion[J], Applied Mathematics and Computation, Vol.55, No.1, 89 - 100, 1993.
- [5] Whitney D E, Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses[J], IEEE Transactions on Man-machine Systems, Vol.10, No.2, 47-53, 1969.
- [6] Klein C, Huang C, Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators[J], IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Vol.13, No.2, 245-250, 1983.
- [7] Liegeois A, Automatic supervisory control of the configuration and behavior of multi-body mechanisms[J], IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Vol.12, No.7, 868-871, 1977.
- [8] Ding H, Wang J, Recurrent neural networks for minimum infinity-norm kinematic control of redundant manipulators[J], IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part A Systems and Humans, Vol.29, No.3, 269-276, 1999.
- [9] Tang W S, Wang J, Two recurrent neural networks for local joint torque optimization of kinematically redundant manipulators[J], IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B Cybernetics, Vol.30, No.1, 120-128, 2000.
- [10] Xia Y, Wang J, A dual neural network for kinematic control of redundant robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B, Vol.31, No.1, 147-154, 2001.
- [11] Zhang Y, Jiang D, Wang J, A recurrent neural network for solving Sylvester equation with time-varying coefficients[J], IEEE Transactions on Neural Network, Vol.13, No.5, 1053-1063, 2002.
- [12] Zhang Y, Guo D, Ma S, Different-Level simultaneous minimization of joint-velocity and joint-torque for redundant robot manipulators[J], Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol.72, No.3, 301-323, 2013.
- [13] Sun M, A Barbalat-Like lemma with its application to learning control[J], IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.54, No.9, 2222-2225, 2009.