

# 多智能体反馈辅助PD型迭代学习控制算法

刘慧霞, 孙明轩, 李鹤

浙江工业大学信息工程学院, 杭州310023

E-mail: mxsun@zjut.edu.cn

**摘要:** 讨论存在固定初态偏移下, 执行重复任务的多智能体系统的一致性问题. 为解决多智能体系统的跟踪控制问题, 利用前次迭代产生的误差导数和当前次误差构成修正项, 提出反馈辅助PD型控制算法, 可实现系统输出轨迹对期望轨迹的渐近跟踪. 在此基础上, 应用FAPD型控制算法解决多智能体系统的编队控制问题, 使单个智能体与期望轨迹保持理想距离. 仿真结果说明了算法的有效性.

**关键词:** 多智能体系统, 迭代学习控制, 反馈辅助, 多智能体编队控制

## Feedback-Aided PD-type Iterative Learning Control Algorithms of Multi-agent Systems

Huixia Liu, Mingxuan Sun, He Li

College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310023

E-mail: mxsun@zjut.edu.cn

**Abstract:** The paper addresses the consensus problem for multi-agent systems performing repeatable control tasks in the presence of a fixed initial shift. Feedback-aided PD-type iterative learning control algorithms are proposed to solve the problem of tracking control of multi-agent systems, which use the error derivative and the tracking error itself. It is shown that the tracking error achieves asymptotic tracking convergence. In addition, FAPD-type control algorithms are applied to solve the problem of multi-agent formation control, which are enabled to keep a desired deviation from the reference trajectory. Numerical results demonstrate the effectiveness of the proposed learning algorithms.

**Key Words:** Multi-agent systems, iterative learning control, feedback-aided, multi-agent formation control

### 1 引言(Introduction)

多智能体系统中的个体通过与相邻智能体之间的协作配合, 可以完成许多单个智能体无法独立完成的复杂任务. 目前, 多智能体网络系统的演化和协调控制问题已经成为复杂控制系统领域的研究热点之一, 该问题在无人机/移动机器人的编队协调、分布式传感器网络和网络的拥塞控制等领域<sup>[1,2]</sup>具有广泛的应用前景.

作为多智能体系统的协调控制的基本问题之一, 一致性问题引起人们的极大兴趣. 所谓多智能体系统的一致性问题, 是指多智能体系统中的个体在相互通信与协调控制的基础上, 使其状态或输出取得某同一值<sup>[3,4]</sup>, 例如, 多个机器人相互协调, 保持同一运动速度, 或在位置上趋于一致. 文献[5]利用个体之间的信息交换研究线性多智能体系统的编队控制问题. 在[5]的基础上, 文献[6]研究拓扑结构变化情形下的多智能体网络系统的一致性问题, 给出了相应的理论框

架. [7]采用虚拟领导者策略设计算法, 实现对时变参考信号的跟踪. 文献[8]利用终端滑模方法设计控制器, 实现各从智能体对领导者的有限时间一致性跟踪. 文献[9]针对一类双积分型多智能体系统, 提出控制输入饱和及智能体速度不可量测情形下的一致性算法.

迭代学习控制技术(ILC)适用于在有限时间上执行重复作业任务的系统, 利用前次或前若干次的误差信息逐步修正控制输入, 作为本次迭代的控制输入, 这样, 经过足够多次迭代后, 可实现系统状态对参考信号在整个作业区间上的零误差跟踪. 常规ILC算法要求系统的迭代误差初值次次为零, 但受复位技术的限制, 实际学习系统中存在复位误差. 文献[10]研究存在初始误差和扰动情形学习控制系统的稳定性问题, 所设计的控制器可使系统误差收敛于与误差初值和扰动大小相关的领域内. 文献[11]讨论线性时不变系统的初值问题, 针对固定初态和非固定初态情形, 分别给出了D型和PD型解决方案. 文献[12]针对存在误差初值的线性时不变/非线性系统的学习控制系统, 分别给出了相应的PID算法, 并进行性能分析. 文

此项工作得到国家自然科学基金资助, 项目批准号: 61374103, 61573320.

献[13]提出带有反馈辅助项的PD型迭代学习控制算法以及带有初始修正作用和终态吸引的学习算法。

近年来,人们考虑应用迭代学习控制方法解决多智能体系统的一致性问题.基于压缩映射方法设计多智能体学习控制系统的文献见[14]-[17].文献[14]研究主-从型多智能体系统的一致性问题,分别为单积分多智能体系统和一般的线性多智能体系统设计D型学习控制,在满足初值精确复位的条件下,可实现从智能体对主智能体在整个作业区间上的零误差跟踪.文献[15]针对变拓扑结构的多智能体系统,提出D型学习律解决了多智能体的编队问题.文[16]研究多智能体系统的优化学习控制算法.文[17]设计D型学习律,分别解决多智能体系统的跟踪问题和多编队问题。

本文研究线性多智能体系统的跟踪问题和编队问题,针对系统初始状态与期望状态存在固定偏差的情形,提出反馈辅助PD型控制算法,提高了系统收敛速度。

## 2 问题提出(Problem Formulation)

考虑重复运行的多智能体系统,由 $n$ 个智能体组成,第 $j$ 个智能体的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_{k,j}(t) = Ax_{k,j}(t) + Bu_{k,j}(t) \\ y_{k,j}(t) = Cx_{k,j}(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $j = 1, 2, \dots, n, t \in [0, T]$ .  $x_{k,j}(t) \in \mathbf{R}^p, u_{k,j}(t) \in \mathbf{R}^r, y_{k,j}(t) \in \mathbf{R}^m$  分别为第 $k$ 次迭代的系统状态、控制输入和输出向量,  $A, B, C$  为具有适当维数的系统参数矩阵. 状态初值  $x_{k,j}(0) = x_0 (k = 1, 2, 3 \dots)$ .

多智能体系统由 $n$ 个智能体组成,不同智能体之间的通信连接构成网络拓扑 $G, G = (v, \varepsilon, \Theta)$  表示 $n$ 个智能体之间的连通图,  $G$ 的 $n$ 个节点  $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  表示连通图的节点, 节点 $v_i$ 表示智能体 $i$ . 图的边  $(v_i, v_j) \in \varepsilon \subseteq v \times v$  表示智能体 $j$ 可以收到来自智能体 $i$ 的信息.  $N_i = \{v_j \in v | (v_i, v_j) \in \varepsilon\}$  为节点 $v_i$ 的邻居节点集合. 带权邻接矩阵  $\Theta = [a_{ij}]$  表示智能体 $i$ 和 $j$ 之间有信息交换, 如果智能体 $i$ 传递信息给智能体 $j$ , 则  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ , 其对角线元素  $a_{ii} = 0$ . 图 $G$ 的Laplacian矩阵定义为  $L = D - \Theta$ , 其中,  $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ ,  $d_j = \sum_{i \in N_j} a_{i,j}$  为邻接矩阵 $\Theta$ 的第 $j$ 行元素的和。

对系统(1)给定参考轨迹 $y_d(t)$ , 本文的控制目标为, 在只有一部分跟随者可以接收到领导者发出的信息的情况下, 设计迭代学习控制算法, 解决多智能体系统的跟踪控制问题和编队控制问题。

为了分析迭代学习控制算法的收敛性, 给出 $\lambda$ 范数的定义: 函数  $f: [0, T] \rightarrow R$  的 $\lambda$ 范数定义为:  $\|f\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \|f(t)\|, \lambda > 0$ .

## 3 多智能体轨迹跟踪(Multi-agent Tracking Control)

为实现跟随者的输出轨迹跟踪上领导者的参考轨迹, 针对多智能体系统(1), 提出如下反馈辅助PD型学习律

$$u_{k+1,j}(t) = u_{k,j}(t) + \Gamma(\dot{\xi}_{k,j}(t) + \Lambda\xi_{k+1,j}(t)) \quad (2)$$

式中  $\Gamma \in \mathbf{R}^{r \times m}, \Lambda \in \mathbf{R}^{m \times m}$  均是学习增益矩阵, 且 $\Lambda$ 的特征值具有正实部.  $e_{k,j}(t) = y_d(t) - y_{k,j}(t)$  为迭代 $k$ 次时智能体 $j$ 与领导者之间的输出误差,  $y_d(t)$  为领导者发出的参考轨迹。

多智能体 $j$ 的一致性误差定义为

$$\xi_{k,j}(t) = \sum_{i \in N_j} a_{j,i}(y_{k,i}(t) - y_{k,j}(t)) + d_j(y_d(t) - y_{k,j}(t)) \quad (3)$$

式(3)还可写为

$$\xi_{k,j}(t) = \sum_{i \in N_j} a_{j,i}(e_{k,j}(t) - e_{k,i}(t)) + d_j e_{k,j}(t) \quad (4)$$

将 $n$ 个智能体系统动力学方程写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = (I_n \otimes A)x_k(t) + (I_n \otimes B)u_k(t) \\ y_k(t) = (I_n \otimes C)x_k(t) \end{cases} \quad (5)$$

记

$$\begin{aligned} x_k(t) &= [x_{k,1}^T(t), x_{k,2}^T(t), \dots, x_{k,n}^T(t)]^T, \\ e_k(t) &= [e_{k,1}^T(t), e_{k,2}^T(t), \dots, e_{k,n}^T(t)]^T, \\ \xi_k(t) &= [\xi_{k,1}^T(t), \xi_{k,2}^T(t), \dots, \xi_{k,n}^T(t)]^T. \end{aligned}$$

$I_n$ 表示 $n$ 维单位向量. 符号 $\otimes$ 表示Kronecker积。

式(4)可以写为

$$\xi_k(t) = ((L + D) \otimes I_m)e_k(t) \quad (6)$$

由式(6), 学习律(2)可以写为

$$\begin{aligned} u_{k+1}(t) &= u_k(t) + ((L + D) \otimes \Gamma)\dot{e}_k(t) \\ &\quad + ((L + D) \otimes (\Gamma\Lambda))e_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

记 $\lambda_j$ 为 $L + D$ 的第 $j$ 个特征值。

**定理1** 考虑多智能体系统(1), 采用FAPD型学习律(2), 若学习增益矩阵 $\Gamma$ 满足

$$\max_{j=1,2,\dots,N} \rho(I_m - \lambda_j \Gamma C B) \leq \varrho < 1 \quad (8)$$

则当  $k \rightarrow \infty, y_{k,j}(t)$  在  $[0, T]$  上一致收敛于  $y_d^*(t)$ . 其中,  $\rho(\cdot)$  表示矩阵的谱半径. 这里

$$y_d^*(t) = y_d(t) - e^{-(I_n \otimes \Lambda)t}(y_d(0) - (I_n \otimes C)x_0)$$

**证明** 对于任意给定的系统初态 $x_0$ , 记 $u_d^*(t)$ 为使系统输出轨迹为 $y_d^*(t)$ 的控制输入, 相应的状态轨迹为 $x_d^*(t)$ . 记  $\Delta u_k^*(t) = u_d^*(t) - u_k(t), \Delta x_k^*(t) = x_d^*(t) - x_k(t), e_k^*(t) = y_d^*(t) - y_k(t), e^*(t) = e^{-(I_n \otimes \Lambda)t}(y_d(0) - (I_n \otimes C)x_0)$ . 容易看出

$$e_k(t) = e_k^*(t) + e^{-(I_n \otimes \Lambda)t}(y_d(0) - (I_n \otimes C)x_0)$$

对上式两端求导,

$$\dot{e}_k(t) = \dot{e}_k^*(t) - (I_n \otimes \Lambda)e^{-(I_n \otimes \Lambda)t}(y_d(0) - (I_n \otimes C)x_0)$$

$$\text{则 } \dot{e}_k(t) + (I_n \otimes \Lambda)e_{k+1}(t) = \dot{e}_k^*(t) + (I_n \otimes \Lambda)e_{k+1}^*(t).$$

由式(7)和(5),

$$\begin{aligned}
\Delta u_{k+1}^*(t) &= u_d^*(t) - u_{k+1}(t) \\
&= u_d^*(t) - u_k(t) - ((L + D) \otimes \Gamma) \dot{e}_k(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma\Lambda)) e_{k+1}(t) \\
&= \Delta u_k^*(t) - ((L + D) \otimes \Gamma) \dot{e}_k^*(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma\Lambda)) e_{k+1}^*(t) \\
&= [I_{mn} - (L + D) \otimes (\Gamma CB)] \Delta u_k^*(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma CA)) \Delta x_k^*(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma AC)) \Delta x_{k+1}^*(t) \quad (9)
\end{aligned}$$

记  $c_1 = \|(L + D) \otimes (\Gamma CA)\|$ ,  $c_2 = \|(L + D) \otimes (\Gamma AC)\|$ , 对式(9)两端取 $\lambda$ 范数, 可以得到

$$\|\Delta u_{k+1}^*\|_\lambda \leq \|I_{mn} - (L + D) \otimes (\Gamma CB)\| \|\Delta u_k^*\|_\lambda + c_1 \|\Delta x_k^*\|_\lambda + c_2 \|\Delta x_{k+1}^*\|_\lambda \quad (10)$$

由式(5),

$$\|\Delta x_k^*\|_\lambda \leq c_3 \|\Delta u_k^*\|_\lambda \quad (11)$$

其中,  $c_3 = \frac{\|I_n \otimes B\| (1 - e^{-(\|I_n \otimes A\| - \lambda)T})}{\lambda - \|I_n \otimes A\|}$ . 将式(11)代入式(10),

$$\|\Delta u_{k+1}^*\|_\lambda \leq \frac{\rho + c_1 c_3}{1 - c_2 c_3} \|\Delta u_k^*\|_\lambda \quad (12)$$

取足够大的 $\lambda$ , 可使得  $\frac{\rho + c_1 c_3}{1 - c_2 c_3} < 1$ . 因此,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta u_k^*\|_\lambda = 0$ . 进一步, 由式(11)可知,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta x_k^*\|_\lambda = 0$ . 继而,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t) - e^{-(I_n \otimes \Lambda)t} (y_d(0) - (I_n \otimes C)x_0)$$

定理得证. ■

对系统(1), 还可利用前次迭代产生的误差导数和误差本身构成修正项, 采用下述PD型学习律

$$u_{k+1,j}(t) = u_{k,j}(t) + \Gamma(\dot{\xi}_{k,j}(t) + \Lambda \xi_{k,j}(t)) \quad (13)$$

若学习增益 $\Gamma$ 满足式(8), 则当  $k \rightarrow \infty$ ,  $y_{k,j}(t)$  在  $[0, T]$  上一致收敛于  $y_d^*(t)$ .

通过收敛性分析, 得到与系统初态误差有关的收敛性结果, 可以看出通过调节前次输出误差系数 $\Lambda$ , 利用  $e^{-(I_n \otimes \Lambda)t}$  的衰减模态, 可实现多智能体对参考轨迹的渐近跟踪. 由于闭环的反馈镇定作用, 系统收敛速度更快.

#### 4 多智能体编队控制(Multi-agent Formation Control Algorithms)

编队控制要求多智能体系统中的跟随者共同以固定的队形运动下去, 跟随者通过相互间的协调合作, 保持理想队形. 本节将FAPD型迭代控制算法用于解决编队控制问题, 使多智能体系统快速达到理想编队. 设计迭代学习律为

$$u_{k+1,j}(t) = u_{k,j}(t) + \Gamma(\dot{\xi}_{k,j}^\delta(t) + \Lambda \xi_{k+1,j}^\delta(t)) \quad (14)$$

一致性误差定义为

$$\begin{aligned}
\xi_{k,j}^\delta(t) &= \sum_{i \in N_j} a_{j,i} (y_{k,i}(t) - y_{k,j}(t) + \delta_{ji}(t)) \\
&\quad + d_j (y_d(t) - y_{k,j}(t) + \delta_j(t)) \quad (15)
\end{aligned}$$

其中,  $\delta_j(t)$  描述智能体 $j$ 的输出轨迹与领导者的参考轨迹之间的偏差, 而且当  $j \neq i$ ,  $\delta_j(t)$  可以跟  $\delta_i(t)$  不同,  $\delta_{ji}(t)$  表示智能体 $j$ 和智能体 $i$ 之间的期望队形. 当然  $\delta_j(t) = 0$  是跟踪目标的特殊情况. 初始编队条件满足  $\delta_j(0) + y_d(0) - Cx_0 = 0$ .

**定理2** 对系统(1), 采用FAPD型学习律(14), 若学习增益 $\Gamma$ 满足式(8), 那么  $\lim_{k \rightarrow \infty} y_{k,j}(t) = y_d(t) + \delta_j(t)$ ,  $t \in [0, T]$ .

**证明** 定义  $e_{k,j}^\delta(t) = y_d(t) + \delta_j(t) - y_{k,j}(t)$  为智能体 $j$ 迭代 $k$ 次的编队误差, 可以看出  $e_{k,j}^\delta(0) = 0$ . 那么式(14)可以写为

$$\begin{aligned}
u_{k+1}(t) &= u_k(t) + ((L + D) \otimes \Gamma) \dot{e}_k^\delta(t) \\
&\quad + ((L + D) \otimes (\Gamma\Lambda)) e_{k+1}^\delta(t) \quad (16)
\end{aligned}$$

由式(16), 以及式(5)可知

$$\begin{aligned}
u_{k+1}^\delta(t) &= u_k^\delta(t) - [u_{k+1}(t) - u_k(t)] \\
&= u_k^\delta(t) - ((L + D) \otimes \Gamma) \dot{e}_k^\delta(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma\Lambda)) e_{k+1}^\delta(t) \\
&= [I_{mn} - (L + D) \otimes (\Gamma CB)] u_k^\delta(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma CA)) x_k^\delta(t) \\
&\quad - ((L + D) \otimes (\Gamma AC)) x_{k+1}^\delta(t) \quad (17)
\end{aligned}$$

对式(17)两端取 $\lambda$ 范数,

$$\|u_{k+1}^\delta\|_\lambda \leq \|I_{mn} - (L + D) \otimes (\Gamma CB)\| \|u_k^\delta\|_\lambda + c_1 \|x_k^\delta\|_\lambda + c_2 \|x_{k+1}^\delta\|_\lambda \quad (18)$$

由式(5),

$$\|x_k^\delta\|_\lambda \leq c_3 \|u_k^\delta\|_\lambda \quad (19)$$

将式(19)代入式(18),

$$\|u_{k+1}^\delta\|_\lambda \leq \frac{\rho + c_1 c_3}{1 - c_2 c_3} \|u_k^\delta\|_\lambda \quad (20)$$

当 $\lambda$ 足够大, 可以使得  $\frac{\rho + c_1 c_3}{1 - c_2 c_3} < 1$ . 因此,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|u_k^\delta\|_\lambda = 0$ . 进一步可知,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k^\delta\|_\lambda = 0$ . 也即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_{k,j}(t) = y_d(t) + \delta_j(t), t \in [0, T]$$

定理得证. ■

特别地, 如果跟随者的跟踪轨迹与领导者的参考轨迹之间的距离保持不变, 也即  $\delta_j(t) = \delta_j$ , 所提算法依然成立. 如果初始编队条件  $\delta_j(0) + y_d(0) - Cx_0 = 0$  不成立, 将会得到

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} y_{k,j}(t) &= y_d(t) + \delta_j(t) - \delta_j(0) \\
&\quad - y_d(0) + Cx_0, t \in [0, T]
\end{aligned}$$

对系统(1), 还可采用下述PD型学习律

$$u_{k+1,j}(t) = u_{k,j}(t) + \Gamma(\dot{\xi}_{k,j}^\delta(t) + \Lambda \xi_{k,j}^\delta(t)) \quad (21)$$

若学习增益 $\Gamma$ 满足式(8), 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} y_{k,j}(t) = y_d(t) + \delta_j(t), t \in [0, T]$ .

可通过选取每个智能体的 $\delta(t)$ , 设置跟随者与领导者之间的距离. 跟随者通过与邻居跟随者交换信息, 调整各自的位置, 达到理想的编队.

## 5 数值仿真(Numerical Simulation)

为了验证所提ILC算法的有效性, 考虑包含1个领导者和4个跟随者的多智能体系统, 系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_k(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k(t) \\ y_k(t) = [0 \quad 1] x_k(t) \end{cases}$$

领导者发出的参考轨迹为

$$y_d(t) = \sin(2\pi t), t \in [0, 1]$$

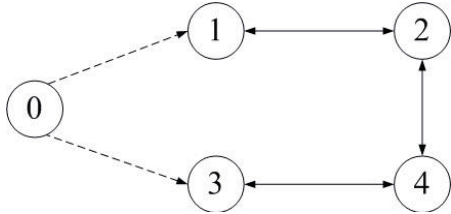


图1: 跟随者与领导者关系连通图

智能体间的通信拓扑见图1. 在通信拓扑中, 虚拟领导者由节点0标注, 它有通向跟随者1到4的路径, 跟随者之间的通信由实线箭头描述. 跟随者之间的Laplacian矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

并且 $D = \text{diag}(1, 0, 1, 0)$ .

解得 $L + D$ 的特征值 $\lambda_1 = 0.382, \lambda_2 = 1.382, \lambda_3 = 2.618, \lambda_4 = 3.618, \gamma_j$ 是 $\Gamma CB$ 的第 $j$ 个特征值, 那么

$$\max_i \rho(1 - \lambda_i \Gamma CB) = \max_{i,j} |1 - \lambda_i \gamma_j|$$

确定 $\max_i \rho(1 - \lambda_i \Gamma CB)$ 最小的最优 $\gamma$ 为 $2/(\lambda_1 + \lambda_4) = 0.5$ <sup>[16]</sup>, 选择学习增益

$$\Gamma = 0.5(CB)^{-1} = 0.5$$

通过精确计算, 可以得到

$$\max_i \rho(1 - \lambda_i \Gamma CB) = 0.809 < 1$$

因此满足收敛性条件, 通过迭代学习控制器可以得到一致跟踪. 仿真中, 第一次迭代的初始条件选为

$$\begin{aligned} x_1 &= [0.5, 0.5]^T, x_2 = [0.5, 0.5]^T, \\ x_3 &= [0.5, 0.5]^T, x_4 = [0.5, 0.5]^T. \end{aligned}$$

所有跟随者的控制输入信号为 $u_{1,j}(t) = 0$ , 选取 $\Lambda = 7$ . 图2~5为跟随者沿迭代轴的跟踪图, 可见随迭代次数的增加FAPD型控制策略和PD型控制策略都能够使跟随者跟踪上领导者, 但FAPD型控制策略的系统输出误差收敛速度更快.

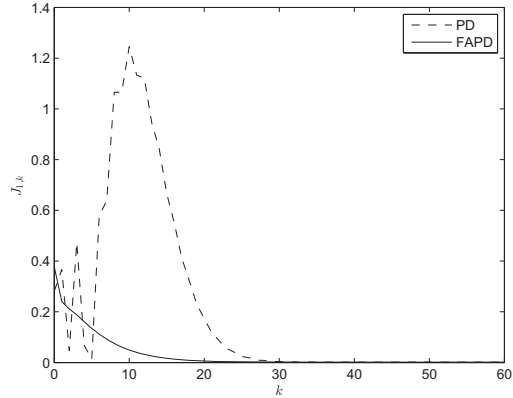


图2: 智能体1跟踪误差

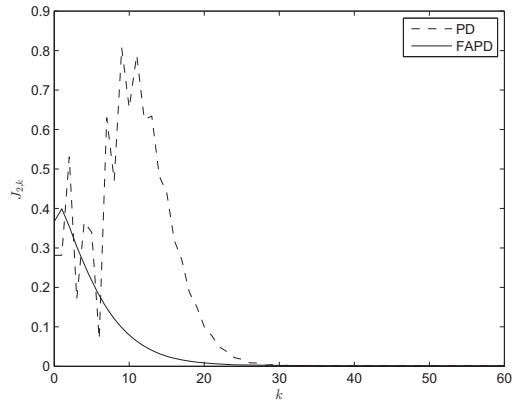


图3: 智能体2跟踪误差

应用迭代学习控制算法(14)和(21), 实现多智能体系统的编队控制, 选取 $\Gamma = 0.5, \Lambda = 3.7$ , 智能体跟踪轨迹与期望轨迹的偏差设为

$$\begin{aligned} \delta_1(t) &= -\sin(2\pi t) + 0.5, \delta_2(t) = -1.2 \sin(2\pi t) + 0.5 \\ \delta_3(t) &= -1.5 \sin(2\pi t) + 0.5, \delta_4(t) = -1.8 \sin(2\pi t) + 0.5 \end{aligned}$$



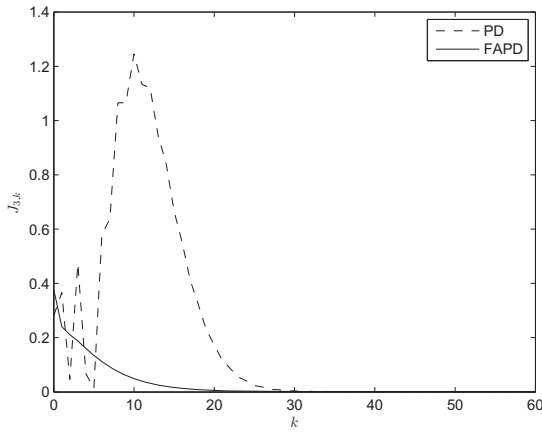


图 4: 智能体3跟踪误差

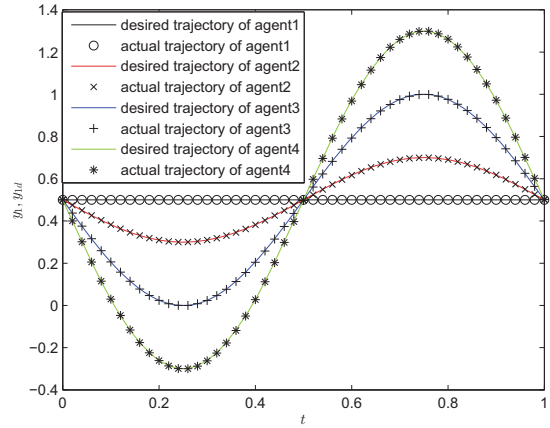


图 6: PD型学习律下的输出轨迹

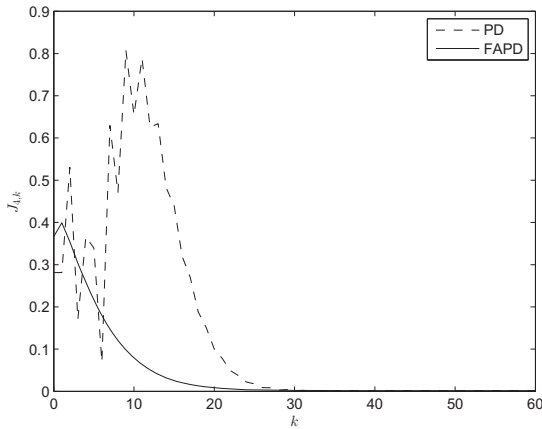


图 5: 智能体4跟踪误差

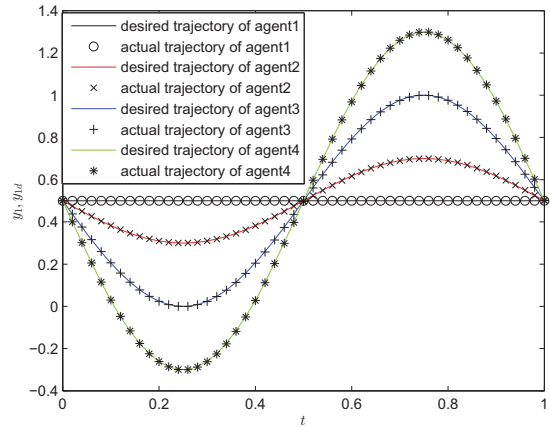


图 7: FAPD型学习律下的输出轨迹

由图6和图7可见, 分别采用PD型控制策略和FAPD型控制策略, 多智能体系统均可以达到期望编队. 由图8~11可以看出, 采用FAPD型控制策略系统输出误差收敛速度更快.

## 6 结论(Conclusion)

考虑到跟随者的初始状态与领导者对应的初态严格一致的情况在实际的重复操作中很难达到, 本文针对系统初始状态与期望初态存在固定偏差的一类多智能体系统, 提出反馈辅助PD型跟踪控制方案, 达到输出一致性. 进一步地, 考虑多智能体协作控制中的编队控制问题, 提出反馈辅助PD型控制策略, 完成理想编队任务. 仿真结果可以看出FAPD型控制策略的优越性, 同时说明了本文所提算法的有效性.

## 参考文献

- [1] Yamaguchi H. A Cooperative Hunting Behavior by Mobile-Robot Troops.[J]. International Journal of Robotics Research, 1999, 18(9): 931-940.

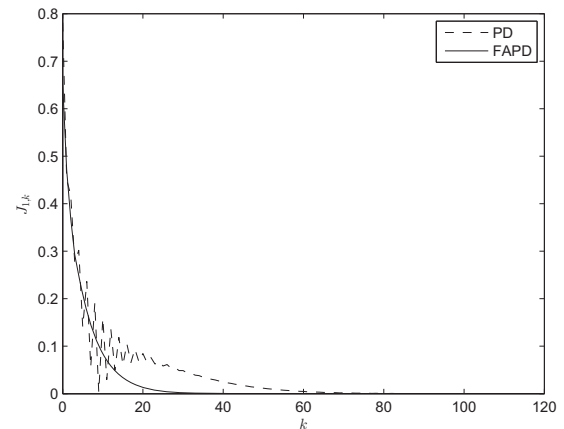


图 8: 智能体1跟踪误差

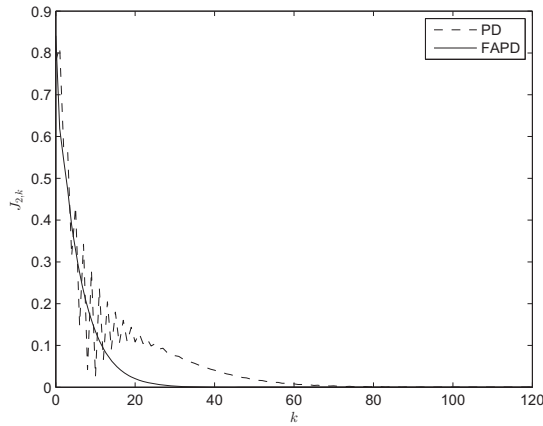


图 9: 智能体2跟踪误差

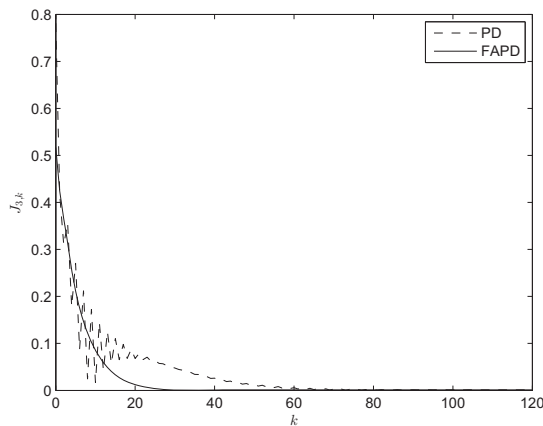


图 10: 智能体3跟踪误差

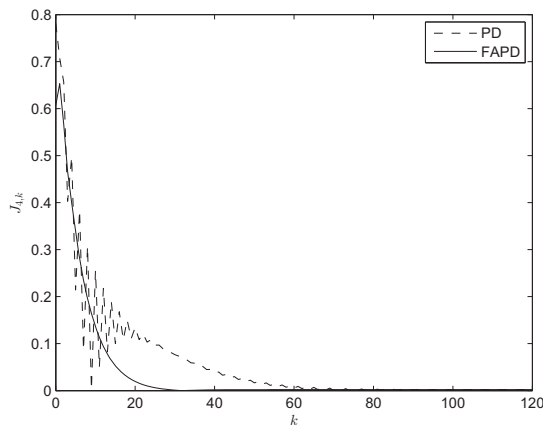


图 11: 智能体4跟踪误差

- [2] Olfati-Saber R, Fax A, Murray R M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [3] Vicsek T, Cziro A, Ben-Jacob E, Cohen O, and Shochet I. Novel type of phase transition in a system of self-derived particles[J]. Physical Review Letter, 1997, 75(6): 1226-1229.
- [4] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6): 998-1001.
- [5] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [6] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [7] Ren W. Multi-vehicle consensus with a time-varying reference state[J]. Systems and Control Letters, 2007, 56(7-8): 474-483.
- [8] Khoo S Y, Xie L H, Man Z H. Robust finite-time consensus tracking algorithm for multirobot systems[J]. IEEE Transactions on Mechatronics, 2009, 14(2): 219-228.
- [9] Abdessameud A, Tayebi A. On consensus algorithms design for double integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 49(1): 253-260.
- [10] Heinzinger G, Fenwick D, Paden B, Miyazaki F. Stability of learning control with disturbances and uncertain initial conditions [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(1): 110-114.
- [11] Lee H S, Bien Z. Study on robustness of iterative learning control with non-zero initial error [J]. International Journal of Control, 1996, 64(3): 345-359.
- [12] Park K H. A study on the robustness of a PID-type iterative learning controller against initial state error [J]. International Journal of Systems Science, 1999, 30(1): 49-59.
- [13] 孙明轩, 毕宏博, 周国良等. 反馈辅助PD型迭代学习控制: 初值问题及修正策略[J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 157-164.
- [14] Li J S, Li J M. Consensus seeking in multi-agent systems by the iterative learning control[J]. Control Theory and Applications, 2012, 29(8): 1073-1077.
- [15] Liu Y, Jia Y. An iterative learning approach to formation control of multi-agent systems[J]. Systems and Control Letters, 2012, 61(1): 148-154.
- [16] Yang S, Xu J X, Huang D, et al. Optimal iterative learning control design for multi-agent systems consensus tracking[J]. Systems and Control Letters, 2014, 69(3): 80-89.
- [17] Meng D, Jia Y, Du J, et al. Tracking control over a finite interval for multi-agent systems with a time-varying reference trajectory[J]. Systems and Control Letters, 2012, 61(7): 807-818.